**Олимпиада по математике 11 класс. Школьный этап. 2019 год.**

№1.Расположите натуральные числа от 1 до 100 в строку так, чтобы разность между  любыми двумя соседними числами была равна 2 или 3.

№2. Решить в целых числах систему уравнений:

                                   ху + z =  94,

                                   х + уz = 95.

№3.Участвуя  в  шахматном  турнире,  Вася  сыграл 52  партии.  По старой системе подсчёта очков (1 очко за победу, ½ очка за ничью и 0 очков за поражение)  он  набрал 35  очков.  Сколько  очков  он  набрал  по  новой  системе подсчёта очков (1 очко за победу, 0 очков за ничью и –1 очко за поражение)?

№4.М. В. Ломоносов тратил одну денежку на хлеб и квас. Когда цены выросли на 20%, на ту же денежку он приобретал полхлеба и квас. Хватит ли той же денежки ему хотя бы на квас, если цены вырастут еще на 20%?

№5. Около треугольника АВС с различными сторонами описали окружность. ВN- диаметр окружности. Высота ВН пересекает окружность в точке К. Углы ВАС=350, АСВ=650.

А) Докажите, что АN=CК

Б)Найдите КN, если радиус окружности равен 12.

**Олимпиада по математике 11 класс. Школьный этап. 2019 год.**

№1.Расположите натуральные числа от 1 до 100 в строку так, чтобы разность между  любыми двумя соседними числами была равна 2 или 3.

№2.Решить в целых числах систему уравнений:

                                   ху + z =  94,

                                   х + уz = 95.

№3.Участвуя  в  шахматном  турнире,  Вася  сыграл 52  партии.  По старой системе подсчёта очков (1 очко за победу, ½ очка за ничью и 0 очков за поражение)  он  набрал 35  очков.  Сколько  очков  он  набрал  по  новой  системе подсчёта очков (1 очко за победу, 0 очков за ничью и –1 очко за поражение)?

№4.М. В. Ломоносов тратил одну денежку на хлеб и квас. Когда цены выросли на 20%, на ту же денежку он приобретал полхлеба и квас. Хватит ли той же денежки ему хотя бы на квас, если цены вырастут еще на 20%?

№5. Около треугольника АВС с различными сторонами описали окружность. ВN- диаметр окружности. Высота ВН пересекает окружность в точке К. Углы ВАС=350, АСВ=650.

А) Докажите, что АN=CК

Б)Найдите КN, если радиус окружности равен 12.

Решение.

№1.Расположите натуральные числа от 1 до 100 в строку так, чтобы разность между  любыми двумя соседними числами была равна 2 или 3.

Решение. Например, так:1, 3, 5, 2, 4, 6, 8,10, 7, 9 , 11, … , 96, 98, 100,97, 99 (в каждой пятёрке порядок расположения чисел 5к+1,  5к+3, 5к+5, 5к+2,  5к+4)

№2.

 Решить в целых числах систему уравнений

                                   ху + z =  94,

                                   х + уz = 95.

                             Ответ: х = 95, у = 0, z = 94 или х = 31, у = 2, z = 32.

Решение. Вычтя из второго уравнения первое, получим  (х - z)(1 - у) = 1.

По условию, х, у, z целые, тогда возможны два случая:

1)  х– z =  1,  1 – у = 1,  т. е. у = 0. Подставив  значение у в систему, получим: z =94, x=95.

2) х –z  = -1, 1 – у = - 1, т. е. z = х +1, у = 2. Подставим найденные значения у и z в первое уравнение, получим  2х + х +1 = 94,  х = 31. Отсюда  z = 32.

№3.   Участвуя  в  шахматном  турнире,  Вася  сыграл 52  партии.  По старой системе подсчёта очков (1 очко за победу, ½ очка за ничью и 0 очков за поражение)  он  набрал 35  очков.  Сколько  очков  он  набрал  по  новой  системе подсчёта очков (1 очко за победу, 0 очков за ничью и –1 очко за поражение)?

**Ответ**. 18 очков.

**Решение**

**Первый способ**. Пусть Вася в турнире a раз победил, b раз сыграл вничью и c раз проиграл. Тогда a + b + c = 52, a + b/2 = 35. Нужно найти значение a – c. Из второго  соотношения  следует,  что  b = 70 – 2a.  Тогда  a + (70 – 2a) + c = 52, откуда 70 + c – a = 52, a – c = 18.

**Второй способ**. При системе подсчёта (1; ½ ; 0) Вася набрал 35 очков,  значит, при системе (2; 1; 0) он наберёт вдвое больше, то есть 70 очков.

При  системе (1; 0; –1)  Вася  теряет  по  одному  очку  в  каждой  партии (по сравнению с системой (2; 1; 0)). Значит, он наберёт 70 – 52 = 18 очков.

№4.М. В. Ломоносов тратил одну денежку на хлеб и квас. Когда цены выросли на 20%, на ту же денежку он приобретал полхлеба и квас. Хватит ли той же денежки ему хотя бы на квас, если цены вырастут еще на 20%?  
Ответ. Хватит. Пусть первоначально квас стоил х% от денежки, а хлеб – (100-х)%. После подорожания цен на 20%, получим следующий баланс http://www.fizmatolimp.ru/images1/SH10_clip_image026.gifhttp://www.fizmatolimp.ru/images1/SH10_clip_image028.gifПри двукратном подорожании цен эта величина увеличится в 1,44 раза и достигнет величины 96%, что меньше стоимости денежки.

№5. Около треугольника АВС с различными сторонами описали окружность. ВN- диаметр окружности. Высота ВН пересекает окружность в точке К. Углы ВАС=350, АСВ=650.

А) Докажите, чтоАN=CК

Б)Найдите КN, если радиус окружности равен 12.

Решение.а)Угол АВС=800, угол АВК=50,угол КВС=25. По свойству вписанных углов дуга ВС=70,КС=50,тогда дуга КN=60,угол NВК=30, тогда угол АВN=25. Два вписанных угла равны, значит и хорды, на которые они опираются тоже равны, т.е что АN=CК.

Б)в треугольнике ВNК угол ВNК- вписанный, опирается на дугу ВК, которая 120 градусов, т.е. он 60, значит угол ВК N равен 90 градусам. В прямоугольном треугольнике напротив угла в 30 градусов лежит катет, равный половине гитотенузы, т.е КN=12.